

## **Разработка имитационной модели оптимального распределения кредитных заявок на примере ПАО Сбербанк**

Бекларян Армен Левонович  
преподаватель кафедры бизнес-аналитики  
Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики»

д.т.н., доцент, Акопов Андраник Сумбатович  
профессор кафедры бизнес-аналитики  
Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики»

Махмутов Алексей Ринатович  
Руководитель проектов Управления контроля эффективности деятельности  
ДСиОЭР Блока Риски  
ПАО Сбербанк

Данная работа посвящена разработке имитационной модели, предназначенной для оптимального распределения потока кредитных заявок в межрегиональном центре андеррайтинга крупного банка на примере ПАО Сбербанк. Отличительной особенностью данной модели является учет множественных факторов, влияющих на время обработки кредитных заявок андеррайтерами (специалистами по оценке вероятности погашения запрашиваемого кредита), в частности, связанных с текущей загрузкой исполнителей по задачам, соответствия их квалификации характеристикам распределяемых задач, доступности андеррайтеров в текущий момент времени и т.д. Разработанная имитационная модель внедрена в крупнейшем российском банке и используется в составе автоматизированной системы класса BPM (Business Process Management).

**Ключевые слова:** оптимизационная задача большой размерности, модель распределения задач, управление потоком, имитационное моделирование банковских процессов, AnyLogic.

### **Введение**

В настоящее время задачи эффективной диспетчеризации являются весьма актуальными для многих компаний, и в частности, для крупных территориально-разнесенных банков при распределении кредитных заявок между сотрудниками межрегионального центра андеррайтинга (МЦА), отвечающими за оценку вероятности погашения запрашиваемого кредита (PD). Задачей диспетчера является выбор оптимального для каждой распределяемой задачи исполнителя в кратчайшие временные сроки. При этом, критерием оптимальности является время рассмотрения кредитной заявки (т.е. скорость оценки PD) при заданном уровне качества. Отметим, что годовой поток кредитных заявок в крупных банках, как правило, измеряется сотнями тысяч, что фактически обуславливает трудную решаемую задачу

диспетчеризации в условиях больших данных (Big Data). Решение подобных задач требует разработки специального экономико-математического инструментария, использующего методы системной динамики, эволюционных вычислений и машинного обучения.

Основная цель разрабатываемой модели состоит в автоматизации процесса распределения потока задач по андеррайтерам в режиме реального времени с учетом имеющихся предпочтений, ограничений, а также при различных сценариях, в частности, как в условиях дефицита заявок, так и в условии дефицита исполнителей. Подобный подход позволяет принципиально сократить время рассмотрения кредитных заявок, и таким образом, повысить привлекательность банка для потенциальных заемщиков.

Разработанная экономико-математическая модель и программный комплекс учитывают все множество влияющих факторов для каждой кредитной заявки, в частности, приоритетность, хаб, принадлежность к территориальному банку, нормативное и плановое время рассмотрения и др., характеристики каждого андеррайтера, в том числе, категория, навыки, доступность, нагрузка и др., а также особенности работы андеррайтингового центра, например, ограничения сервис-центров по рассмотрению кредитных заявок, смена часовых поясов, общее рабочее окно с территориальными банками и др.

## **1. Методология моделирования**

Модель оптимального распределения потока кредитных заявок разработана с использованием методов имитационного моделирования, в частности, системной динамики и дискретно-событийного моделирования [1-2]. Подобные методы ранее были успешно апробированы при проектировании интеллектуальных систем управления для предприятий топливно-энергетического комплекса [3-5], в том числе, для решения оптимизационных задач большой размерности [6-7] в системах класса Big Data [8-10].

Актуальность задачи автоматизации процесса распределения кредитных заявок описана в работе [11]. При этом, можно применять различные методы математического моделирования [12, стр. 40-63], в частности, теорию сетей массового обслуживания [13], генетические оптимизационные алгоритмы [14] и др.

Вместе с тем основная сложность практической реализации модели оптимального распределения кредитных заявок связана с необходимостью обработки сверхбольших массивов информации в режиме реального времени, и как следствие, невозможности нахождения точного (глобально оптимального) решения за полиномиальное время. Отметим, что одним из ключевых требований к модели является максимально допустимое время распределения задачи, не превышающее 1 минуты.

Предлагаемый подход основан на предположении, что минимальное время исполнения каждой задачи в потоке обеспечивает минимальное время исполнения всего потока (т.е. задачи в потоке являются линейно независимыми). При этом, имитируется движение задачи по цепочке процесса распределения с учетом возможности фильтрации на ранней стадии, т.е. до оптимизации. Подобная фильтрация также повышает временную эффективность модели распределения, т.к., существенно снижает пространство поиска решений (пул потенциальных исполнителей по каждой задаче).

Так как кредитные заявки являются неоднородными и имеют различное плановое (требуемое) время рассмотрения возникает актуальная задача распределения потока задач между исполнителями, с целью минимизации времени андеррайтинга всего пула рассматриваемых задач.

Введем обозначения для каждого момента времени  $t$  появления новой заявки:

$j \in \{1, 2, \dots, J(t)\}$  – индекс исполнителя в общем пуле;

$i \in \{1, 2, \dots, I(t)\}$  – индекс кредитных заявок уже распределенных по исполнителям, но еще не завершенных к моменту времени  $t$ ;

$I + 1$  – индекс новой поступившей заявки в момент времени  $t$ ;

$\gamma_{j,i}(t) \in \{1, 0\}$  – индикаторная функция (если  $\gamma_{j,i} = 1$ , то  $i$ -ая заявка назначена  $j$ -му исполнителю, в противном случае – нет). Функция не является константой для фиксированной пары  $(i, j)$ , так как заявка может быть переназначена на другого исполнителя.

$T_j(t)$  – абсолютное время окончания рассмотрения всех заявок в очереди  $j$ -ого исполнителя, учитывающее нормативное время рассмотрения каждой заявки, а также расписание работы исполнителя;

$\tilde{T}_{j,I+1}(t)$  – абсолютное время окончания рассмотрения всех заявок в очереди  $j$ -ого исполнителя при условии, что  $I + 1$ -ая заявка будет распределена на него. Ввиду того, что заявки рассматриваются параллельно, а не последовательно, то назначение новой заявки влечет пересчет времени окончания рассмотрения текущих заявок согласно заданным бизнес правилам. Другими словами, функция  $T_j(t)$  не аддитивна по заявкам;

Таким образом, в общем виде задача оптимального распределения потока заявок по исполнителям имеет следующий вид:

**Задача.** В каждый текущий момент времени  $t$  поступления новой заявки требуется минимизировать совокупное нормативное время рассмотрения пула независимых кредитных заявок за счет выбора оптимального исполнителя

$$\min_{\gamma_{k,I+1} \in \{0,1\}, k \in \{1,2,\dots,J(t)\}} \sum_{j=1}^{J(t)} \left( (1 - \gamma_{j,I+1}(t)) T_j(t) + \gamma_{j,I+1}(t) \tilde{T}_{j,I+1}(t) \right). \quad (1)$$

Поскольку целевой функционал должен быть оценен в пространстве большого числа потенциальных исполнителей  $J(t)$  и кредитных заявок  $I(t)$  с множественными влияющими характеристиками, задачу (1) можно отнести к классу оптимизационных задач большой размерности.

Как было сказано ранее, временная эффективность одного и то же исполнителя существенно зависит от характеристик распределяемой задачи, а также от состояния системы в целом (например, времени суток, условий наличия дефицита или профицита потока заявок), предпочтений со стороны лица принимающего решения (диспетчера центра андеррайтинга). Также необходимо отметить, что помимо минимизации нормативного времени (далее, временной фактор), достигаемого за счет решения задачи (1), для банка существенными являются и ряд экономических факторов таких, как категория исполнителя (исполнитель более старшей категории справится с заявкой быстрее, но час его работы стоит дороже), равномерность распределения заявок (каждая рассмотренная заявка в зависимости от своих характеристик дает разный вклад в итоговые бонусные начисления исполнителя) и ряд других (далее, бизнес фактор). Поэтому требуется разработка специальной модели, имитирующей процедуру определения наилучшего исполнителя при различных сценарных условиях, ограничениях и предпочтениях, а также необходимо введение функционала специального типа для учета всех упомянутых факторов.

## 2. Имитационная модель

Фрагмент разработанной имитационной модели распределения кредитных заявок по андеррайтерам, реализованной в среде AnyLogic [1], представлен на рис.1.

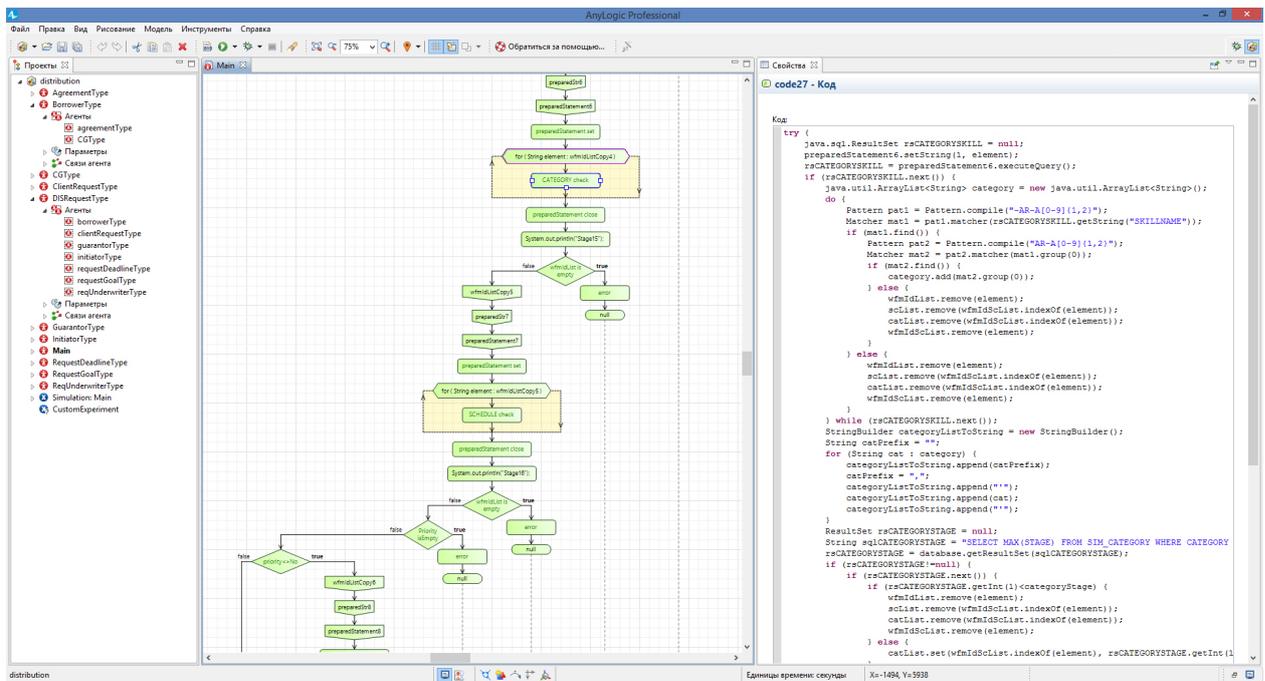


Рис. 1. Реализация имитационной модели распределения кредитных заявок в AnyLogic.

Для обеспечения механизма распределения заявок используется специальный инструмент AnyLogic – диаграмма действий (ActionChart). Подобный подход позволяет алгоритмизировать всю цепочку рассмотрения и назначения заявки конкретному исполнителю.

Каждая поступающая в Банк кредитная заявка обладает набором из порядка 50 параметров, часть из которых носят фильтрующий характер, а часть – ранжирующий. Первым этапом автоматизированной обработки заявки является формирование перечня потенциальных исполнителей, который содержит сотрудников МЦА, которые могут принять распределяемую задачу в работу (соответствуют фильтрующим параметрам).

В рамках второго этапа, для каждого исполнителя из полученного перечня рассчитывается скорректированное плановое время исполнения по задаче на основе функции типа Кобба-Дугласа (данная компонента отражает временной фактор):

$$L_1 = \alpha \times A_1 \times W \times V_1 \times V_2 \times V_3 \times V_4 \times V_5^{\gamma_5} \times V_6^{\gamma_6} \times (1 + num)^{k_1} \times t^{\delta},$$

где каждая входящая переменная либо вычисляется на основе параметров задачи, либо является управляющим параметром. Здесь

$\alpha$  – весовой параметр, число от 0 до 1 (управляющий параметр), отражает значимость временного фактора в сравнении с бизнес фактором;

$A_1$  – коэффициент масштаба временного фактора (управляющий параметр), число большее нуля, призван сделать соизмеримыми временной и бизнес факторы;

$W$  – коэффициент энтузиазма (управляющий параметр), число от 0 до 1, отражает уменьшение ожидаемого времени рассмотрения заявки, если исполнитель сам изъявил желание получить заявку. Заявки в банке распределяются как в принудительном порядке, так и имеют приоритезацию к проявлению энтузиазма со стороны исполнителей;

$V_1$  – коэффициент повторности по заявке (управляющий параметр), число от 0 до 1, отражает уменьшение ожидаемого времени рассмотрения заявки, если данная заявка уже была в системе и рассматривалась данным исполнителем, но была отклонена по каким-то причинам;

$V_2$  – коэффициент повторности по клиенту (управляющий параметр), число от 0 до 1, отражает уменьшение ожидаемого времени рассмотрения заявки, если заявка от того же клиента уже была в системе и рассматривалась данным исполнителем;

$V_3$  – коэффициент повторности по корпоративной группе (управляющий параметр), число от 0 до 1, отражает уменьшение ожидаемого времени рассмотрения заявки, если заявка от той же группы клиентов уже была в системе и рассматривалась данным исполнителем;

$V_4$  – коэффициент принадлежности к кураторству группы связанных заемщиков (управляющий параметр), число от 0 до 1, отражает уменьшение ожидаемого времени рассмотрения заявки, если исполнитель относится к кураторам группы клиентов, в которую входит клиент по распределяемой заявке;

$V_5$  – коэффициент соответствия отраслевой специализации (расчетный параметр), число от 0 до 1, отражает уменьшение ожидаемого времени рассмотрения заявки, если исполнитель имеет специализацию близкую к отраслевой специализации распределяемой заявки;

$V_6$  – коэффициент общего рабочего окна исполнителя и банка инициатора (расчетный параметр), число от  $e^{-1}$  до 1, отражает долю времени от нормативного срока рассмотрения заявки, которую исполнитель работает параллельно с рабочим временем территориального банка инициатора распределяемой заявки (для территориально распределенного по 8 часовым поясам центра андеррайтинга общее рабочее окно для оперативного разрешения возникающих вопросов является крайне актуальным);

$\gamma_5$  – весовой параметр соответствия отраслевой специализации (управляющий параметр), число большее или равное нулю, чем выше значение, тем быстрее будет рассмотрена заявка;

$\gamma_6$  – весовой параметр общего окна территориального банка и исполнителя (управляющий параметр), число меньшее или равное нулю, чем ниже значение, тем важнее иметь общее рабочее окно;

$nit$  – количество задач в очереди исполнителя (расчетный параметр);

$t$  – пересчитанное суммарное время рассмотрения всех заявок в очереди исполнителя с учетом расписания работы исполнителя (расчетный параметр);

$k_1$  – коэффициент масштаба количества задач в очереди (управляющий параметр), отражает степень значимости фактора очереди;

$\delta$  – весовой параметр планового времени (управляющий параметр), число большее или равное нулю, чем больше значение, тем важнее иметь малое плановое время исполнения по заявке;

На следующем этапе оценивается вклад значимых бизнес-параметров на основе CES-функции (Constant Elasticity of Substitution), обладающей свойством постоянной эластичности замещения:

$$L_2 = (1 - \alpha) \times A_2 \times (\beta_1 \times f_1^{-k_2 \rho} + \beta_2 \times f_2^{-k_2 \rho} + \beta_3 \times f_3^{-k_2 \rho} + \beta_4 \times f_4^{-k_2 \rho})^{\frac{m}{\rho}} + k,$$
$$\beta_1 + \beta_2 + \beta_3 + \beta_4 = 1,$$

где

$A_2$  – коэффициент масштаба бизнес фактора (управляющий параметр), число большее нуля, призван сделать соизмеримыми временной и бизнес факторы (очевидно, что один из коэффициентов масштаба можно принять единице, но дабы получаемые значения каждого из факторов были порядка сотен необходимы оба коэффициента);

$f_1$  – нормированная разница категорий заявки и исполнителя (расчетный параметр), отражает переплату банка за рассмотрение заявки более дорогим, но более быстрым, исполнителем;

$f_2$  – нормированное отношение накопленных баллов исполнителя за период к суммарному времени доступности исполнителя за этот же период (расчетный параметр), отражает набранные бонусы исполнителем за рассмотренные заявки;

$f_3$  – нормированная частота рассмотрения задач более низкой категории (расчетный параметр), отражает стремление банка к стимуляции исполнителей не терять навыки рассмотрения «дешевых» заявок;

$f_4$  – нормированное время простоя исполнителя от момента завершения рассмотрения последней заявки (расчетный параметр), отражает стремление банка к распределению заявок на «ленивых» или долго отсутствующих исполнителей;

$\beta_1$  – весовой параметр для  $f_1$  (управляющий параметр);

$\beta_2$  – весовой параметр для  $f_2$  (управляющий параметр);

$\beta_3$  – весовой параметр для  $f_3$  (управляющий параметр);

$\beta_4$  – весовой параметр для  $f_4$  (управляющий параметр);

$k_2$  – коэффициент масштаба параметров равномерности (управляющий параметр), отражает степень масштабирования бизнес факторов;

$\rho$  – показатель эластичности замещения бизнес факторов (управляющий параметр), число больше или равно -1 и не равно 0, отражает степень заменимости четырех факторов;

$m$  – показатель однородности бизнес факторов (управляющий параметр), число большее нуля, отражает во сколько раз изменится итоговый вклад факторов, если все факторы кратно изменить;

$k$  – скачкообразный параметр обработки заемщика в одном сервис-центре (расчетный параметр), отражает стремление банка к борьбе с мошенничеством, когда имеет место сговор исполнителя и заемщика. Если заявка от одного и того же заемщика рассматривалась некоторое количество раз (см. параметры ограничений ниже по тексту) в одном и том же сервис-центре, то данный параметр для всех исполнителей этого сервис-центра меняет значение с нуля на заведомо очень большое значение, чтобы заявка точно не распределилась в тот же сервис-центр.

Таким образом, решается задача поиска исполнителя, на котором минимизируется фитнес-функция, представленная суммой  $(L_1 + L_2)$  с учетом возможности варьирования 20 управляющих параметров. Подбор значений самих управляющих параметров осуществляется посредством обучения с учителем на основе обучающей выборки, сформированной сотрудниками Банка при эксплуатации Модуля в ручном режиме. При этом результат оптимизации на построенной фитнес-функции в случае обнуления второй компоненты (бизнес фактор) дал результат эквивалентный исходной рекурсивной задаче (1), точное решение которой при полном переборе не реализуемо в рамках максимально допустимого времени работы. Оценка упомянутой выше равномерности распределения заявок проводилась с использованием индекса Херфиндаля-Хиршмана [15] и индекса Джинни [16].

### **3. Описание разработанного программного комплекса**

Разработанная имитационная Модель реализована на платформе AnyLogic с использованием методов системной динамики, агентного и дискретно-событийного моделирования, генетических оптимизационных алгоритмов. Модель интегрирована с BPM системой Банка (АС ДИС) посредством сервисно-ориентированной архитектуры (SOA). При этом реализован интерфейс Модели, позволяющий варьировать значениями управляющих параметров, в частности, отражающих индивидуальные предпочтения бизнес-линий Банка.

Системная архитектура разработанного программного комплекса основана на использовании технологий баз данных и веб-сервисов, реализованных с использованием языка программирования Java. Разработанные веб-сервисы обеспечивают бесшовную интеграцию Модели распределения задач по исполнителям с BPM-системой Банкой (АС ДИС) и обеспечивают функциональность системы в режиме реального времени.

Углубленная системная архитектура созданного программного комплекса представлена на рис. 2. Как видно из рисунка, разработанная имитационная модель оптимального распределения потока кредитных заявок (AnyLogic) интегрирована с базой данных системы (Oracle) посредством интерфейса JDBC (Java DataBase Connectivity). Исходные данные, содержащие детальную информацию о характеристиках доступных андеррайтеров, в том числе, их навыках, расписании, текущей загрузке и т.д. поступают в базу данных модели непосредственно из BPM (АС ДИС) в режиме реального времени.

Разработанные веб-сервисы, реализованные на платформе IBM WebSphere, обеспечивают программное управление моделью (посредством Simulation Engine API), в частности, загрузку параметров распределяемой задачи в модель, запуск модели, выгрузку результатов моделирования и оптимизации в базу данных и отправку кода оптимального исполнителя обратно в АС ДИС. При этом, настройка значений управляющих параметров модели осуществляется с помощью специального веб-интерфейса бизнес-администратора, позволяющего установить значения соответствующих характеристик на уровне базы данных системы для дальнейшего автоматического использования моделью. Работа с подобным интерфейсом осуществляется в обычном веб-браузере, и таким образом, не требует установки AnyLogic на компьютере бизнес-администратора. Фрагмент интерфейса модели представлен на рис. 3.

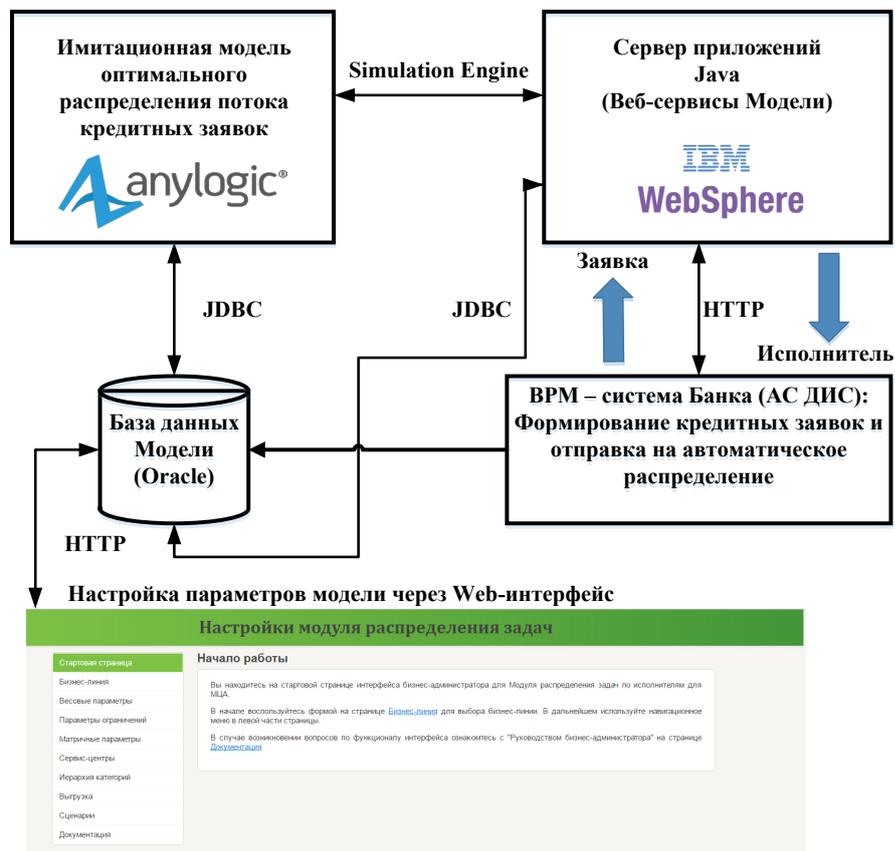


Рис. 2. Укрупненная архитектура разработанного программного комплекса.

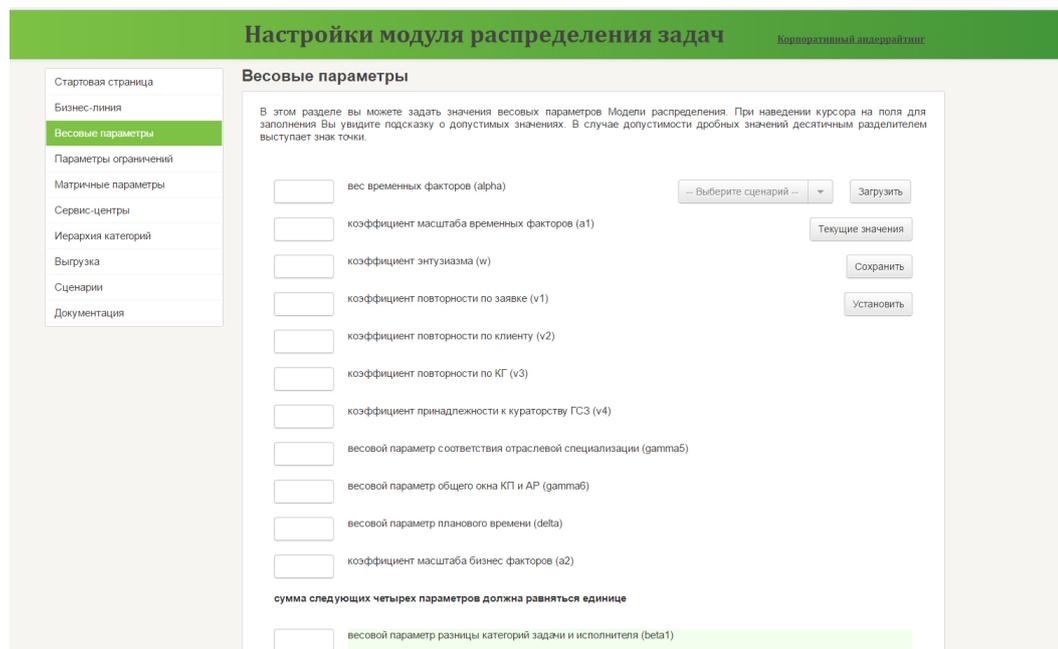
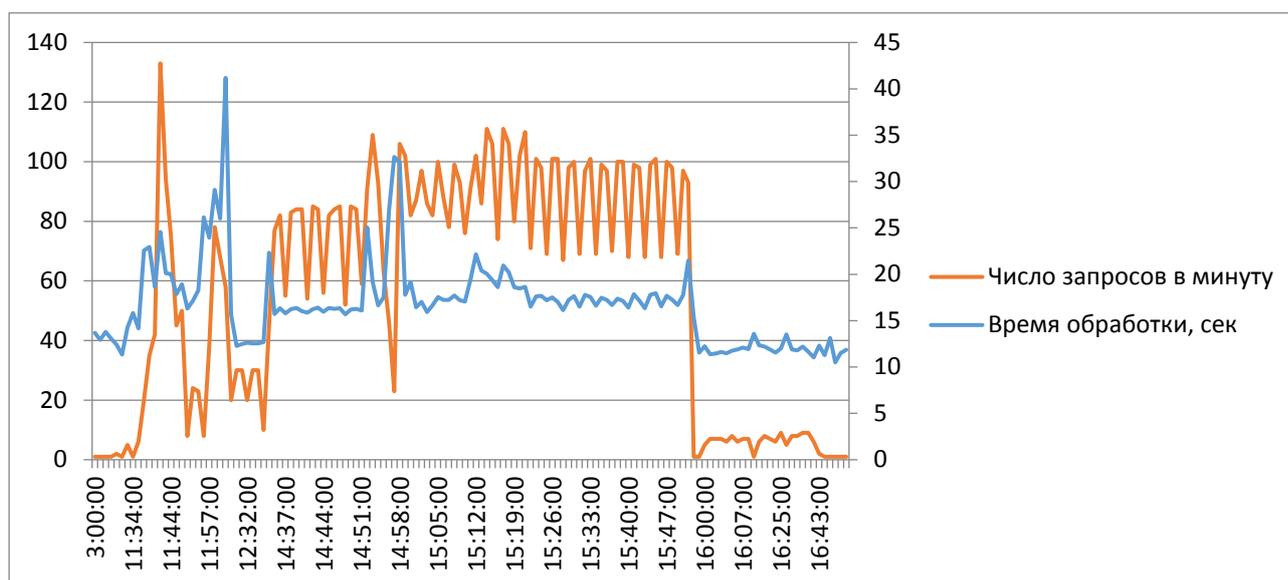


Рис. 3. Фрагмент интерфейса Модели распределения задач по Исполнителям МЦА (весовые параметры).

В качестве ограничений при распределении заявок используются следующие параметры:

- максимальное количество часов нормативной нагрузки на исполнителя (ч.), отражает предельно допустимое суммарное нормативное время рассмотрения заявок в очереди исполнителя. В случае если распределяемая заявка после прибавления своего нормативного времени к имеющейся нагрузке на исполнителя даст превышение данного значения, то данный исполнитель не рассматривается как потенциальный исполнитель;
- максимальное количество одновременно рассматриваемых задач (шт.), отражает предельно допустимое количество заявок в очереди исполнителя. Аналогично предыдущему параметру, только не по времени, а по количеству заявок;
- срок недоступности, начиная с которого нельзя распределять задачу (ч.). Если суммарный период недоступности исполнителя в течение нормативного времени рассмотрения заявки превышает данное значение, то данный исполнитель не рассматривается как потенциальный исполнитель;
- период накопления баллов для расчета условной эффективности (дн.). Период, за который рассчитываются баллы с целью равномерного распределения заявок;
- период для частотного анализа рассмотрения заявок более низкой категории (дн.). Период, за который рассчитываются рассмотренные заявки более низкой категории.

Исходные данные поступают из системы АС ДИС в режиме реального времени в базу данных Модели (Oracle). Модель развернута на Сервере приложений IBM WebSphere Application Server и использует возможности параллельных вычислений с учетом требований информационной безопасности Банка. Также стоит отметить, что при нагрузке в 100 задач в минуту время отклика Модели не превышает 30 секунд на задачу (рис. 4).



**Рис. 4. График результатов нагрузочного тестирования.**

#### **4. Результаты внедрения**

В результате внедрения Модуля оптимального распределения задач и 10 месяцев успешной промышленной эксплуатации достигнуты следующие важные результаты:

- Разработана и внедрена имитационная модель оптимального распределения потока кредитных заявок для центра андеррайтинга крупнейшего российского Банка.
- Обеспечено оптимальное (с точки зрения лиц принимающих решение) распределение заявок по андеррайтерам в Автоматизированной Системе Диспетчеризации Заявок в режиме реального времени для 83% потока.
- Обеспечено выполнение требований по скорости обработки заявок, внутренним документам, регулирующим правила распределения задач, а также другим нормативным положениям Банка.
- Минимизировано среднее время работы над заявками с учетом имеющихся множественных ограничений и предпочтений.
- Снижена суммарная стоимость рассмотрения задач на 29%.
- Обеспечена равномерность распределения заявок среди исполнителей согласно банковским требованиям. При этом индекс Джинни в рамках одной категории исполнителей удалось снизить в среднем с 0,58 до 0,21, а индекс Херфиндаля-Хиршмана с 0,29 до 0,063 (при этом в каждой категории, порядка, 150 сотрудников).

#### **Заключение**

Создана интеллектуальная платформа для обработки потока задач андеррайтинга регионального масштаба, учитывающая различные предпочтения лиц принимающих решения как в условиях дефицита заявок, так и в условии дефицита исполнителей. Подобный подход позволяет принципиально сократить время рассмотрения кредитных заявок, и таким образом, повысить привлекательность банка для потенциальных заемщиков.

Дальнейшим направлением исследований является разработка оптимизационных алгоритмов, методов машинного обучения и др., предназначенных для определения наилучших значений управляющих параметров системы на основе накапливаемой истории распределения заявок и прогнозирования динамики спроса на кредиты.

#### **Литература**

1. *Акопов А.С.* Имитационное моделирование: учебник и практикум для академического бакалавриата. – М.: Юрайт, 2014. – 389 с.

2. *Акопов А.С.* Системно-динамическое моделирование стратегии банковской группы // Бизнес информатика. – 2012. – № 2 (20). – С. 10 – 19.
3. *Акопов А.С.* Проблемы управления субъектом ТЭК в современных условиях. / Монография. – М.: ЦЭМИ РАН, 2004.
4. *Акопов А.С.* Использование средств динамического имитационного моделирования для подготовки управленческих решений в ТЭК // Системы управления и информационные технологии. – 2004. – № 2. – С. 72 – 77.
5. *Акопов А.С., Бекларян Г.Л., Бекларян Л.А.* Сравнительный анализ производственных и инвестиционных характеристик нефтедобывающей и нефтеперерабатывающей отраслей экономики по регионам РФ, а также нефтяных компаний // Аудит и финансовый анализ. – 2005. – № 1. – С. 67 – 72.
6. *Акопов А.С., Бекларян Г.Л.* Интеллектуальные гибридные системы управления вертикально-интегрированными организационными структурами / ЦЭМИ РАН. Серия ISBN 978-5-8211-0526-4 "Препринт #WP/2009/267". – 2009.
7. *Akopov A.S.* Designing of integrated system-dynamics models for an oil company // International Journal of Computer Applications in Technology. – 2012. – Vol. 45, N 4. – P. 220 – 230.
8. *Акопов А.С.* К вопросу проектирования интеллектуальных систем управления сложными организационными структурами. Ч2. Программная реализация системы управления инвестиционной деятельностью вертикально-интегрированной нефтяной компании // Проблемы управления. – 2011. – № 1. – С. 47 – 54.
9. *Novikov D.A.* Big Data and Big Control // Advances in Systems Science and Applications. – 2015. – № 1. – P. 21 – 36.
10. *Новиков Д.А.* Большие данные – от Браге к Ньютону // Проблемы управления. – 2013. – № 6. – С. 15 – 23.
11. *Сараев Д.В.* Оценка экономической эффективности внедрения системы автоматизированного принятия решений по кредитной заявке на примере крупного розничного банка. // Современные научные исследования и инновации. – 2015. – № 7 (51). – С. 64 – 71.
12. Математические модели организаций: Учебное пособие. / А.А. Воронин и др. – М.: ЛЕНАНД, 2008. – 360 с.
13. *Ивницкий В.А.* Теория сетей массового обслуживания. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004 – 772 с.

14. *Akopov A.S., Hevencev M.A.* A Multi-agent genetic algorithm for multi-objective optimization  
// In: Proceedings of IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics (SMC), Manchester, UK – P. 1391 – 1395.
15. *Hirschman A.O.* The Paternity of an Index // American Economic Review. – 1964. – Vol. 54. – P. 761 – 762.
16. *Gini C.* Variabilità e mutabilità. – 1912. – Reprinted in Memorie di metodologia statistica (Ed. E. Pizetti and T. Salvemini) Rome: Libreria Eredi Virgilio Veschi, 1955.