

# **Управление перевёрнутым маятником на колесе по первому приближению**

Семион А.А.

Факультет прикладной математики и кибернетики

# Сторонние разработки

- PID регулятор+сонар
- PID регулятор+IMU
- И. Фантони, Р. Лозано «Нелинейное управление механическими системами с дефицитом управляющих воздействий»  
оптимальное по Ляпунову управление для маятника на тележке.

# Основные цели работы

- Получение уравнений движения системы
- Моделирование системы
- Расчет геометрических размеров и мощности двигателей для конкретной системы
- Постройка экспериментальной платформы

# Постановка задачи

$m_p$ : масса маятника

$m_w$ : масса колес

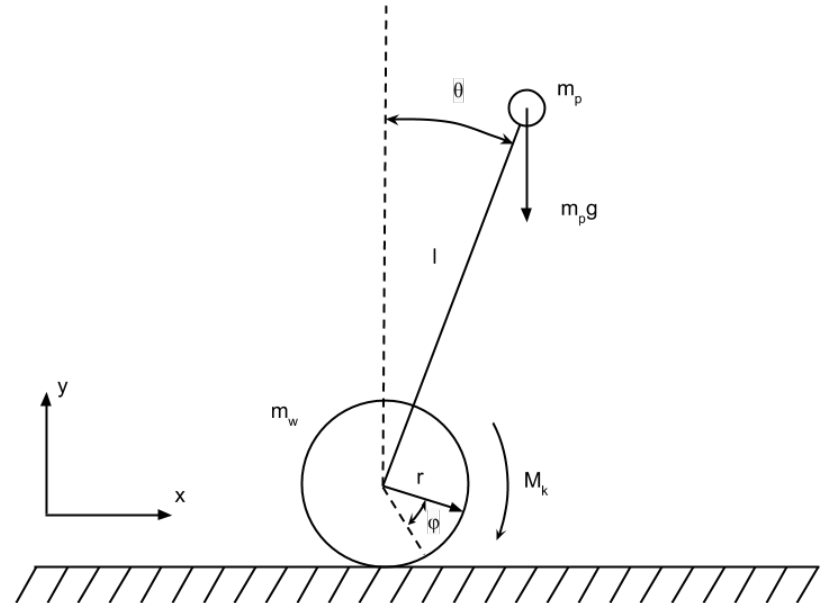
$l$ : длина маятника

$r$ : радиус колеса

$\theta$ : угол между маятником и вертикальной прямой

$\varphi$ : угол поворота колеса относительно его начального положения

$M_k$ : момент двигателя



# Вывод уравнений движения

Для исследования системы воспользуемся уравнениями

Эйлера-Лагранжа:  $\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}}(q, \dot{q})\right) - \frac{\partial L}{\partial q}(q, \dot{q}) = \tau$

После подстановок энергий и выполнения операций дифференцирования получаем уравнения движения

$$r \cos(\theta) l m_p \ddot{\theta} + r^2 (m_p + 2m_w) \ddot{\phi} - r \sin(\theta) \theta^2 l m_p = M_k$$

$$\ddot{\phi} \cos(\theta) l m_p r - m_p g \sin(\theta) + 2m_p l^2 \ddot{\theta} = 0$$

# Синтезирование управления

Рассмотрим динамическую систему:

$$\frac{d}{dt}x(t) = Ax(t) + Bu(t),$$
$$x(t_0) = x_0$$

Синтезируем управление минимизирующее функционал:

$$J(x, u) = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} \{x^T(t) Q x(t) + u^T(t) R u(t)\} dt$$

Оптимальное управление существует, единственно и определяется уравнением:

$u(t) = -R^{-1} B^T \hat{K} x(t)$ , где  $\hat{K}$  решение уравнения Риккати

$$\hat{K} A + A^T \hat{K} - \hat{K} B R^{-1} B^T \hat{K} + Q = 0$$

# Моделирование

- Были выбраны следующие параметры системы:

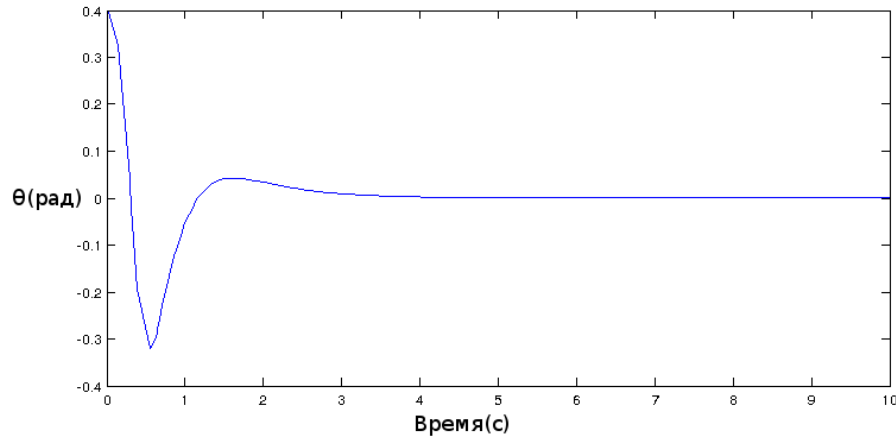


График отклонения маятника от нулевого положения

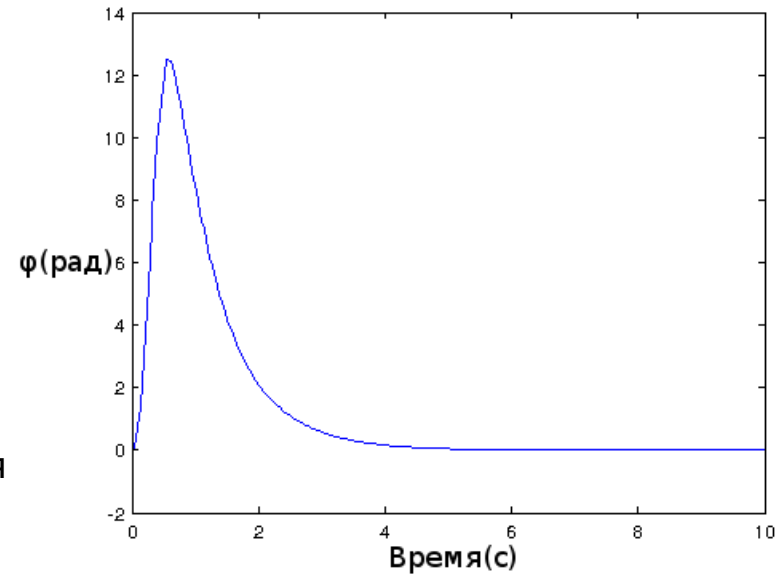


График угла поворота колес маятника

# Результаты

- Получена математическая модель системы.
- С помощью моделирования удалось просчитать необходимую мощность моторов.