

# Построение универсального автопилота для квадрокоптера

Семион А.А.

Департамент прикладной математики

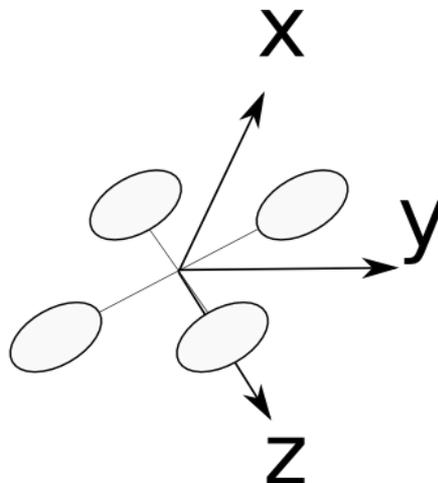
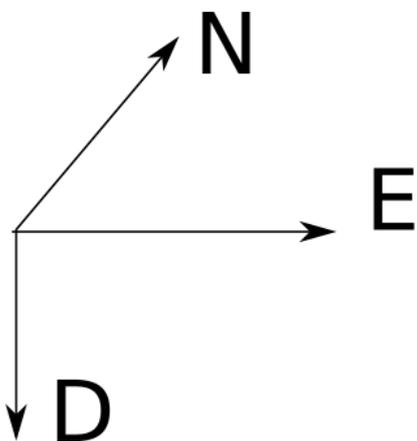
Научный руководитель: Афанасьев В.Н.

# Основные цели работы

- Разработка управления, способного стабилизировать аппараты с различными физическими характеристиками
- Создание платы автопилота для установки в авиамодель

# Сторонние разработки

- DJI NAZA 2
- Ardupilot
- Pixhawk
- MultiWii



## Постановка задачи

- Дан вертолет с четырьмя винтами.
- Моторы жестко закреплены на лучах.
- Лучи имеют одинаковую длину и закреплены под углом  $90^\circ$ .
- Тяговооруженность аппарата не меньше 1.3
- Необходимо синтезировать адекватного управления при неизвестных параметрах объекта

# Кватернионы

- Кватернион - гиперкомплексное число

$$\vec{\lambda} = a + b\vec{i} + c\vec{j} + d\vec{k} = (\vec{v}(a, b, c), a)$$

- Представление вращения:

$$\vec{\lambda} = (\vec{v} \cdot \sin(\frac{\alpha}{2}), \cos(\frac{\alpha}{2}))$$

- Умножение кватернионов:

$$\vec{\lambda} \circ \vec{\mu} = \begin{pmatrix} \mu_0 & -\mu_1 & -\mu_2 & -\mu_3 \\ \mu_1 & \mu_0 & \mu_3 & -\mu_2 \\ \mu_2 & -\mu_3 & \mu_0 & \mu_1 \\ \mu_3 & \mu_2 & -\mu_1 & \mu_0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \lambda_0 \\ \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \lambda_3 \end{pmatrix}$$

- Производная кватерниона:

$$\dot{\vec{\lambda}} = \frac{1}{2} \vec{\lambda} \circ \vec{\omega}$$

- Вращение трехмерного вектора:

$$\vec{m}'(x', y', z') = \vec{\lambda} \circ m(0, x, y, z) \circ \vec{\lambda}^{-1}$$

# Обозначения

- Вектор положения аппарата:  $\vec{\eta} = \begin{pmatrix} p_n \\ p_e \\ p_d \end{pmatrix}$

- Вектор скорости аппарата:  $\vec{v} = \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{pmatrix}$

- Вектор угловых скоростей:  $\vec{\omega} = \begin{pmatrix} \varphi \\ \theta \\ \psi \end{pmatrix}$

- Кватернион:  $\vec{\lambda} = \begin{pmatrix} \lambda_0 \\ \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \lambda_3 \end{pmatrix}$

- Вектора управлений:

$$U_1 = F_1 + F_2 + F_3 + F_4$$

$$U_2 = \frac{\sqrt{2}}{2} l(-F_1 - F_2 + F_3 + F_4)$$

$$U_3 = \frac{\sqrt{2}}{2} l(F_1 - F_2 - F_3 + F_4)$$

$$U_4 = -F_1 + F_2 - F_3 + F_4$$

# Динамическая система

- Получена динамическая модель ЛА в виде системы:

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{\eta} = \lambda^{-1} \circ v \circ \lambda \\ \dot{v} = \lambda \circ \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ g \end{pmatrix} \circ \lambda^{-1} - \frac{1}{m} \cdot U_1 \\ \dot{\omega} = \begin{pmatrix} \frac{U_2}{I_x} \\ \frac{U_3}{I_y} \\ \frac{U_4}{I_z} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \frac{I_z - I_y}{I_x} \dot{\theta} \dot{\psi} \\ \frac{I_x - I_z}{I_y} \dot{\phi} \dot{\psi} \\ \frac{I_y - I_x}{I_z} \dot{\phi} \dot{\theta} \end{pmatrix} \\ \dot{\lambda} = \frac{1}{2} \lambda \circ \omega \end{array} \right.$$

- Заметим, что в данном виде система неуправляема, поэтому  $\lambda_0$  заменен на  $f(\vec{\lambda}) = \sqrt{1 - \lambda_1^2 - \lambda_2^2 - \lambda_3^2}$

# Управление

- Пусть детерминированная нелинейная система описывается следующим уравнением:

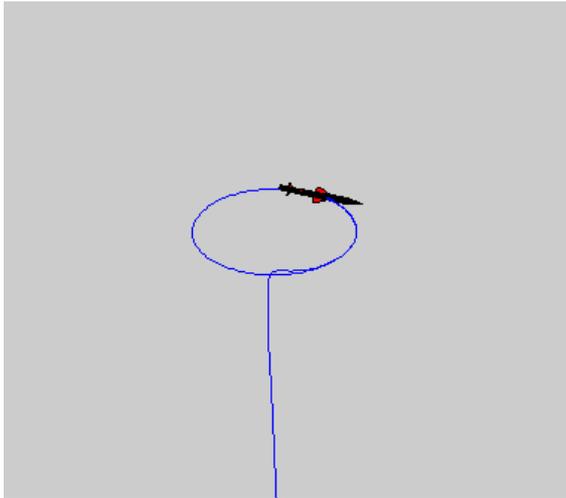
$$\begin{cases} \frac{d}{dt} X = A(X) \cdot X + B(X) \cdot U \\ Y = C \cdot X \end{cases}$$

- Разобьем временной интервал  $[t_0, T]$  на  $N$  отрезков.
- В начале  $i$ -ого отрезка соответствующее состояние системы обозначим, как  $X_i$ ,
- Введем квадратичный функционал качества:  $J = \frac{1}{2} \int_{t_0}^T \{y^T(t) \cdot Q \cdot y(t) + u^T(t) \cdot R \cdot u(t)\} dt$

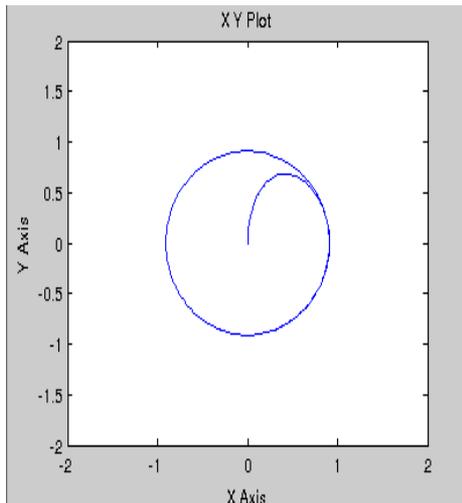
- Можно показать, что управление имеет вид:  $u(t) = -R^{-1} B^T S(X_i) X(t)$ , где  $S$  - решение уравнения Риккати:

$$A(X)^T S(X_i) + S(X_i) A(X) - S(X_i) B R^{-1} B^T S(X_i) + Q = 0$$

- В интервале  $[t_i, t_{i+1}]$  значение  $S(X_i)$  остается неизменным. Заметим, что количество отрезков зависит от производительности устройства, вычисляющего решение уравнения Риккати.



Траектория системы в трехмерном пространстве



Траектория системы в плоскости XY

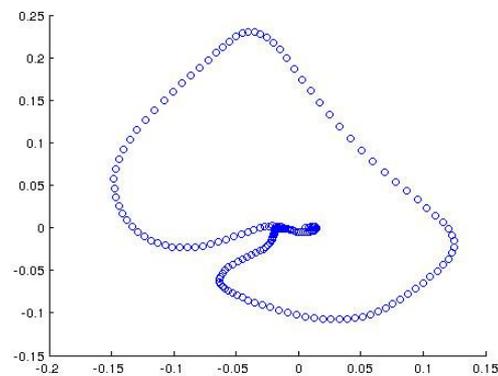
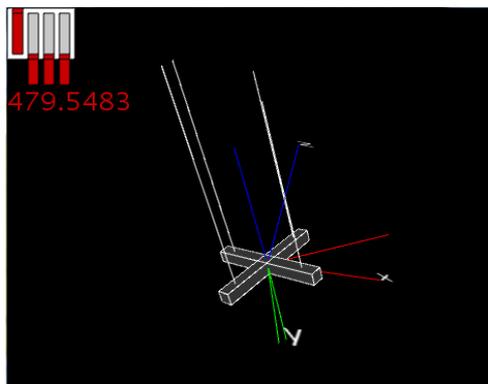
## Моделирование

- Проверка адекватности описания математической моделью реального аппарата была произведена на малом ЛА с применением lqr регулятора
- Для решения уравнения Риккати была обучена нейронная сеть
- Задачей автопилота при моделировании было описать круг, поднявшись на определенную высоту



## Создание прототипа

- Собран прототип устройства с использованием отладочной платы STM32F411RE Nucleo
- Разрабатывается программное обеспечение для настройки автопилота и визуального представления телеметрии
- Ведется разработка принципиальной схемы и платы автопилота
- Планируется создание корпуса, удобного для крепления в авиамоделях



Спасибо за внимание